

Struktura transwersalna filtru cyfrowego FIR

Algorytm (splotowy), czyli liniowe równanie różnicowe o stałych współczynnikach, systemu FIR o długości N

$$y[n] = \sum_{k=0}^{N-1} h[k]x[n-k] = h[0]x[n] + h[1]x[n-1] + \dots + h[N-1]x[n-(N-1)]$$

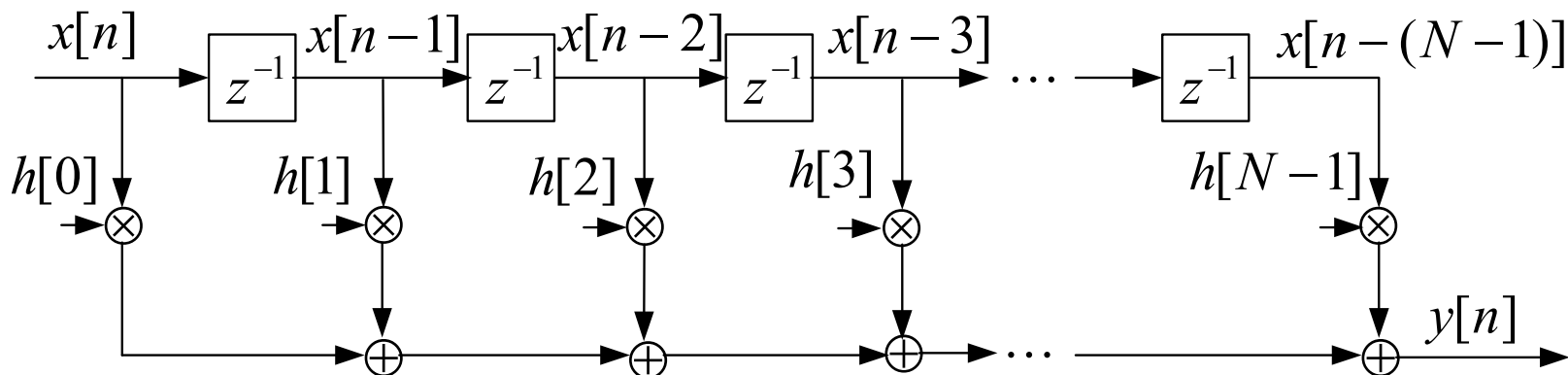
i transmitancji

$$H(z) = \sum_{n=0}^{N-1} h[n]z^{-n}$$

można zapisać w postaci wektorowej

$$y[n] = [h[0], h[1], \dots, h[N-1]] \begin{bmatrix} x[n] \\ x[n-1] \\ \dots \\ x[n-(N-1)] \end{bmatrix}$$

Odpowiada mu struktura zwana bezpośrednią lub transwersalną



Warunki liniowej charakterystyki fazowej

$$h[n] = \pm h^*[N-1-n]$$

gdzie gwiazdka oznacza zespolone sprzężenie i, rzecz jasna, nie działa gdy ciąg współczynników (odpowiedź impulsowa filtru)

$$h[n], \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

ma wartości rzeczywiste.

Klasyfikacja filtrów cyfrowych FIR o współczynnikach rzeczywistych i liniowej charakterystyce fazowej.

Zachodzą 4 przypadki.

Typ I. $h[n] = h[N-1-n], \quad N - \text{nieparzyste}$

Typ II. $h[n] = h[N-1-n], \quad N - \text{parzyste}$

Typ III. $h[n] = -h[N-1-n], \quad N - \text{nieparzyste}$

Typ IV. $h[n] = -h[N-1-n], \quad N - \text{parzyste}$

Przykłady.

Typ I. $\{h[n]\}_{n=0}^4 = \{1, 1, 1, 1, 1\} \quad H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^4 e^{-j\omega n} = e^{-j2\omega} \frac{\sin \frac{5\omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}}$

Typ II. $\{h[n]\}_{n=0}^5 = \{1, 1, 1, 1, 1, 1\} \quad H(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^5 e^{-j\omega n} = e^{-j\frac{5}{2}\omega} \frac{\sin 3\omega}{\sin \frac{\omega}{2}}$

$$\text{Typ III.} \quad \{h[n]\}_{n=0}^2 = \{1, 0, -1\} \quad H(e^{j\omega}) = 1 - e^{-j2\omega} = je^{-j\omega} 2 \sin \omega$$

$$\text{Typ IV.} \quad \{h[n]\}_{n=0}^1 = \{1, -1\} \quad H(e^{j\omega}) = 1 - e^{-j\omega} = je^{-j\omega/2} 2 \sin \frac{\omega}{2}$$

Zapisz transmitancję $H(z)$ dla każdego z powyższych przykładów i narysuj charakterystyki: amplitudową, fazową i opóźnienia grupowego!

$$A(\omega) = |H(e^{j\omega})| = |H(z)|_{z=e^{j\omega}}$$

$$\tau_g(\omega) = -\frac{d\varphi(\omega)}{d\omega}$$

$$\varphi(\omega) = \arg H(e^{j\omega})$$

Inne przykłady:

$$\text{Typ I.} \quad \{h[n]\}_{n=0}^2 = \{1, 0, 1\} \quad H(e^{j\omega}) = 1 + e^{-j2\omega} = 2e^{-j\omega} \cos \omega$$

$$\text{Typ II.} \quad \{h[n]\}_{n=0}^2 = \{1, 1\} \quad H(e^{j\omega}) = 1 + e^{-j\omega} = 2e^{-j\frac{\omega}{2}} \cos \frac{\omega}{2}$$

Zapisz transmitancję $H(z)$ dla każdego z powyższych przykładów i narysuj charakterystyki: amplitudową, fazową i opóźnienia grupowego!